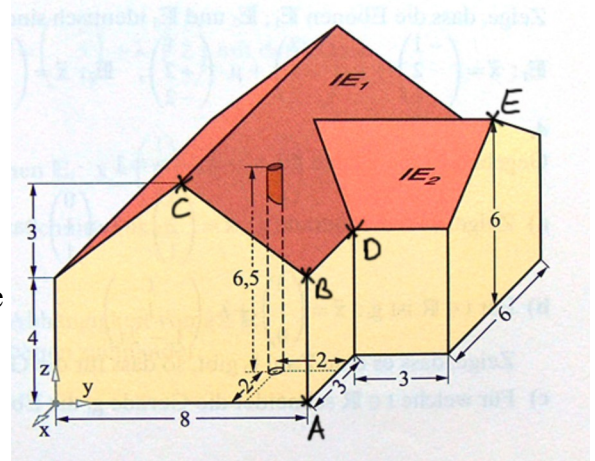


Aufgabe 1 (Punkte, Vektoren, Geraden im Raum)

- Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte A , B , C , D und E .
- Geben Sie den Vektor $\vec{BD}$ an.
- Berechnen Sie den Abstand der Punkte C und E .
- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Geraden g durch die Punkte B und C (Dachkante).
- Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden g mit der x - y -Ebene (Fußboden).
- Entscheiden Sie durch eine Rechnung, ob die Punkte $R(-2|6|4)$ und $S(-1|3|2)$ auf der Geraden

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ liegen.}$$



- Welchen Teil des Hauses beschreibt die Gerade h ? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2 (Parameterdarstellung der Ebene)

Gegeben ist die Ebene E_1 durch die Punkte $A(1|5|-2)$, $B(7|-3|1)$ und $C(-5|2|6)$ sowie die

$$\text{Ebene } E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- Geben Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E_1 an.
- Prüfen Sie, ob der Punkt $D(2|6|-1)$ in der Ebene E_2 liegt.

Aufgabe 3 (Lagebeziehung von Geraden)

Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der Geraden $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 4 (Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen)

- Lösen Sie das lineare Gleichungssystem mit dem Gauss-Verfahren (ohne GTR) und notieren Sie die Zwischenschritte Ihrer Äquivalenzumformungen.

$$3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = -4$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$$

$$1,5x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -9$$

Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden linearen Gleichungssysteme mit dem GTR.

$$4x_1 - 6x_2 - 2x_3 = 8$$

$$2x_1 - x_2 + 4x_3 = 2$$

$$2x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 8$$

$$b.) \quad 3x_1 - 8x_2 - 5x_3 = 5$$

$$c.) \quad 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 14$$

$$d.) \quad -2x_1 - x_2 + 5x_3 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1$$

$$-3x_1 - 6x_2 + 9x_3 = -18$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 9$$

Aufgabe 5 (Flugzeug, Position, Abstand)

Ein Flugzeug bewegt sich beim Start entlang einer

Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 12 \\ 30 \end{pmatrix}$. In der Nähe des

Flugplatzes befinden sich Windräder. Das Flugzeug fliegt über ein Windrad mit dem Fußpunkt

$F(131|43|0)$.

Bestimmen Sie den Punkt auf Geraden, an dem sich das Flugzeug genau über dem Windrad befindet.

Geben Sie auch die Höhe des Flugzeugs zu diesem Zeitpunkt an. (Einheit m)



Aufgabe 6 (Bewegungsaufgabe mit Abstandsproblem)

Ein Hai und ein Thunfisch schwimmen im offenen

Meer. Der Hai schwimmt in Richtung $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit

einer Geschwindigkeit von $20 \frac{km}{h}$. Zur Zeit $t=0$

befindet er sich am Punkt $A(-5|5|-20)$. Der

Thunfisch befindet sich in Position $B(29|8|-20)$

und eine halbe Stunde später in $C(29|15,5|-20)$

(alle Koordinaten in km, die Zeit in h).

a.) Berechnen Sie die Position des Haifisches nach einer halben Stunde.

b.) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Thunfisches.

c.) Die Positionen der Fische in Abhängigkeit von der Zeit t lauten zur Kontrolle

$$P_{Hai}(-5+12t|5+16t|-20) \text{ und } P_{Thun}(29|8+15t|-20)$$

Bestimmen Sie den minimalen Abstand der beiden Fische als Lösung eines Extremwertproblems.

